

Geometry of total curvature and tits metric of noncompact Riemannian manifolds

著者	大塚 富美子
内容記述	Thesis (Ph.D. in Mathematics)--University of Tsukuba, (B), no. 1067, 1995.3.23
発行年	1995
URL	http://hdl.handle.net/2241/3488

氏 名(本 籍)	おお つか ふみ こ 大 塚 富美子 (東 京 都)
学 位 の 種 類	博 士 (数 学)
学 位 記 番 号	博 乙 第 1,067 号
学位授与年月日	平成 7 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	Geometry of Total Curvature and Tits Metric of Noncompact Riemannian Manifolds (非コンパクトリーマン多様体の全曲率とティッツ・メトリックに関する幾何学)
主 査	筑波大学教授 理学博士 高 橋 恒 郎
副 査	筑波大学教授 理学博士 赤 平 昌 文
副 査	筑波大学教授 理学博士 伊 藤 光 弘
副 査	筑波大学教授 理学博士 梶 谷 邦 彦

論 文 の 要 旨

本論文は、2次元の非コンパクトリーマン多様体の全曲率とティッツ・メトリックとの関係とそれらの観点から見た多様体の特徴付けについて研究しており3つの章からなっている。

第Ⅰ章は本論文全体への準備で後に使われるリーマン多様体に関する基本的な定義、性質等を述べている。

第Ⅱ章において2次元アダマール多様体の全曲率とティッツ・メトリックの関係を調べ次のような結果を得ている。2次元アダマール多様体 M の理想境界のティッツ・メトリックに関する直径を α とするとき M の全曲率は $2(\pi - \alpha)$ に等しい(定理1)。またアダマール多様体の理想境界がティッツ・メトリックに関してコンパクトであるための必要十分条件を求めている(定理2)。

第Ⅲ章においてはリーマン面およびアダマール多様体を全曲率とティッツ・メトリックの観点から特徴付けを試みており次の結果をえている。1つの端(end)を持つ有限連結、完備、非コンパクトな向き付けられた2次元リーマン多様体 M の全曲率が $2\pi(\chi(M) - 1)$ より小さいならば M には直線が存在する(定理A)。またアダマール多様体の間の写像とそれから誘導された理想境界の間の写像の関係として次の結果がある。非自明な直積構造を持つアダマール多様体 M からアダマール多様体 M^* への射影写像 Ψ が存在するとき、 Ψ が引き起こす理想境界の間の写像がティッツ・メトリックに関して等長的であるためには Ψ が相似写像であることが必要十分である(定理B)。コンパクトな理想境界を持つアダマール多様体を M, N としたとき M から N へのハウスドルフ近似が存在するならば理想境界はティッツ・メトリックに関して等長的である(定理C)。なおこの結果は漸近的非負

曲率を持つ多様体についても同様の結果を得られる（定理 D）。

審 査 の 要 旨

2次元リーマン多様体の全曲率は多様体の位相と密接な関係を持っており、多様体がコンパクトな場合は位相不変量であることが良く知られている。しかし多様体が非コンパクトな場合は位相不変量ではなくリーマン計量に依存した量であり、端（end）における広がり方の和を表す量と関係していることがこれまでの研究で知られている。一方アダマール多様体の理想境界上に導入されたティッツ・メトリックもこの端の広がり方を表す量と考えられる。本論文は非コンパクトリーマン多様体における全曲率とティッツ・メトリックの関係を研究し2次元アダマール多様体における全曲率と理想境界のティッツ・メトリックに関する直径との関係式を与えるなど興味ある結果を導き、この方面に今後の研究発展に大きく貢献したものと考えられ、また国内外においても高い評価を得ている。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認められる。